Eksamen vind og vannkraft 2013

Oppgave 1

Det vurderes å bygge et kraftverk i Bjørkoselva. Grunneierne har gått sammen og besitter et samlet fall på 360m. Nedbørsfeltet har et areal på 54 km^2 og en midlere spesifikk avrenning er på 39 l/s/km^2 . Kraftverket planlegges uten reguleringsmagasin. Bestem Q$_{middel}$ for tilsiget til kraftverket. Benevningen skal være i m^3 /s.

$$\begin{aligned} Q_{middel} &= A \cdot q \\ &= 54\,km^2 \cdot 39 l/s/km^2 \\ &= 2106\,l/s \qquad\qquad / : 1000 \\ &= \underline{\underline{2,106\,m^3/s}} \end{aligned}$$

Det finnes ikke gode hydrologiske måleserier for Bjørkoselva. Bestem likevel et overslag på en fornuftig installasjon for det planlagte kraftverket. Anta en brukstid på 5700 timer og anslå gjennomsnittlig årlig kraftproduksjon. Bestem selv fornuftige verdier for total virkningsgrad og installasjonsfaktor, og oppgi installasjonen i MW og produksjonen i GWh.

Installasjonsfaktoren er typisk 2,5 for elvekraftverk.

Da blir $Q_{sluk} = 2,5 \cdot 2,106 = 5,265\,m^3/s$

Velger en total virkningsgrad $\eta_{tot} = 0,85$

Kraftverkets isntallasjon blir da:

$$\begin{aligned} P &= Q_{sluk} \rho g H \eta_{tot} \\ &= 5,265\,m^3/s \cdot 1000\,kg/m^3 \cdot 360\,m \cdot 0,85 \\ &= 15,804\,MW \end{aligned}$$

Ved en brukstid på 5700 timer har vi: $15,804\,MW \cdot 5700\,h = \underline{\underline{90,08\,GWh}}$

Hva slags turbintype vil være naturlig å velge for kraftverket i Bjørkoselva? Gi en kort begrunnelse av svaret.

Francis. Den egner seg for fallhøder på 50 - 500 m og er den eneste turbintypen som passer ifølge diagrammet for flow og fallhøyde, samt at den utnytter både trykk og hastighetsenergien i vannet.

Hvordan kan varighetskurven benyttes for å finne den optimale størrelsen på installasjonen?

Varighetskurven viser ved hvilken last vi får den beste virkningsgraden, og det kan føre til at størrelsen kan justeres til det optimale.

Grunneierne til Bjørkoselva ønsker likevel å undersøke om det går an å etablere et reguleringsmagasin ved inntaket i Kilandsvatnet. Hvordan vil et reguleringsmagasin påvirke installasjonen og produksjonen?

Et reguleringsmagasin vil forbedre inntaksforholdene, de kan lagre flomvann og produsere etter behov eller strømpriser. Installasjonsfaktoren vil synke og gi lavere slukeevne.

Oppgave 2

Inntaket i Kilandsvannet må utformes for i sikre gode inntaksforhold. Beskriv kort tre aspekter ved utforming av inntak som sørger for gode inntaksforhold.

Varegrind, en effektiv måte å filtrere bort drivgods slik at vannet kan renne fritt og man ungår skader på instalasjonen.

Sandfang for å hindre opphoping over tid og for å hindre at sanden sliter/pusser ned friståleturbiner slik som Pelton.

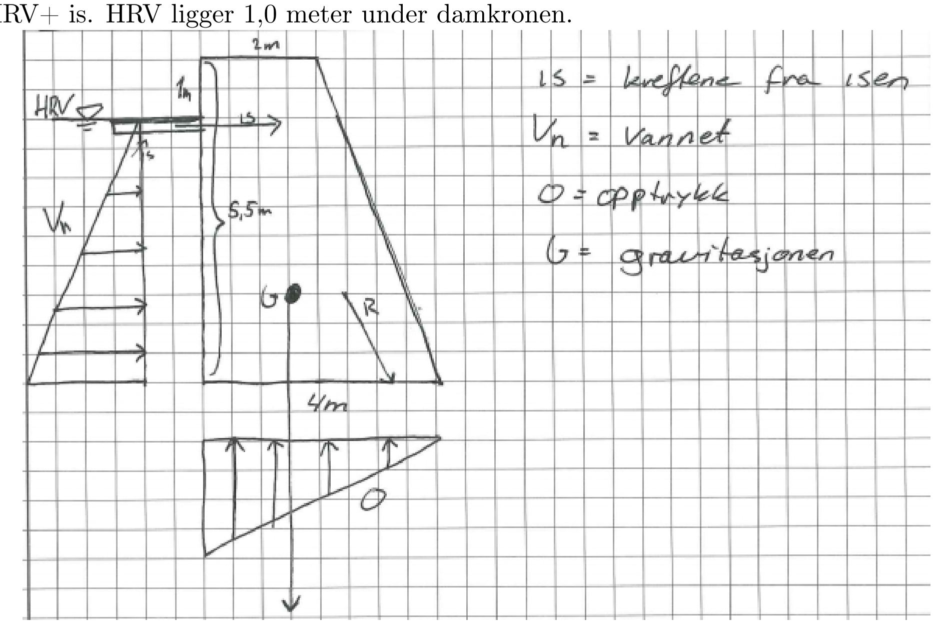
Grunneierne til Bjørkoselva har besluttet å etablere et reguleringsmagasin i Kilandsvannet. De ønsker å bygge en gravitasjonsdam i betong med et overløp over dammen. Dimensjonerende flom for dammen er 15m^3 /s. Flomløpet har en lengde på 6 meter og har et godt hydraulisk utformet overløpsprofil. Beregn flomstigningen over flomløpsterskelen ved dimensjonerende flom.

$Q = 15\,m^3/s,\ L = 6\,m$

Hydraulisk utformet overløpsprofil fra forelesning $C \sim 2,15$

Flomstigning er da $H = \left(\frac{Q}{LC}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{15}{6 \cdot 2,15}\right)^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{1,106\,m}}$

Dammen i Kilandsvannet er en 5,5m høy gravitasjonsdam i betong. Dammen har vertikal vannside, er to meter bred i toppen og 4 meter bred i bunnen. Tegn en skisse av dammen, og tegn inn kreftene som virker på den ved lastsituasjonen HRV+ is. HRV ligger 1,0 meter under damkronen.



Beregn kreftene som virker på dammen, inkludert tyngden av dammen. Islasten kan forutsettes til 100kN/m. Bruk γ_{betong}=23,5 kN/m^3 og γ_{vann}=10,0 kN/m^3.

$F_{vann} = \frac{1}{2}\gamma_{vann}H^2 = 0,5 \cdot 10\,kN/m^3 \cdot 4,5^2\,m^2 = \underline{101,250\,kN/m}$
$F_{is} = \underline{100\,kN/m}$
$F_{opptrykk} = \frac{1}{2}\gamma_{vann}HB = 0,5 \cdot 10\,kN/m^3 \cdot 4,5\,m^3 \cdot 4\,m = \underline{90\,kN/m}$
$F_{G1} = \Upsilon_{betong}A_1 = 23500\,N/m^3 \cdot 5,5\,m \cdot 2\,m = \underline{258,5\,kN/m}$
$F_{G2} = \Upsilon_{betong}A_2 = 23500\,N/m^3 \cdot 5,5\,m \cdot 2\,m \cdot 0,5 = \underline{129,25\,kN/m}$
$a_{vann} = \frac{4,5\,m}{3} = \underline{1,5\,m}$
$a_{is} = 4,5\,m - 0,25\,m = \underline{4,25\,m}$
$a_{opptrykk} = 4\,m \cdot \frac{2}{3} = \underline{2,667\,m}$
$a_{G1} = \frac{2\,m}{2} + 2\,m = \underline{3\,m}$
$a_{G2} = \frac{2\,m \cdot 2}{3} = \underline{1,333\,m}$

Anta en friksjonsvinkel mellom fundament og dam på 42 grader, og kontroller om dammen tilfredsstiller forskriftskravet til glidning ved lastsituasjonen HRV+Is.

Glidning S
$S = \frac{F_{vert}}{F_{hor}} \tan\varphi = \frac{258,5+129,25-90}{101,25+100} \tan(42°) = \underline{1,33215}$
Dammen tilfredsstiller ikke kravet $S > 1,5$

Problem 3

A blade element with an area of 1m^2 belongs to a wind turbine rotor where it is used at a radius position of 30m with blade setting angle $= 0°$.

Calculate the lift and drag forces for the conditions: wind speed at the rotor plane $u_D = 10$ m/s , rotational speed of the rotor ω=1.67 [1/s], and the lift and drag coefficients according to:

angle of attack α [°]	$C_L[-]$	$C_D[-]$
0	0,13	0
5	1,00	0,005
6	1,13	0,006
7	1,25	0,007
8	1,36	0,008
9	1,45	0,009
10	1,53	0,010
11	1,59	0,011
12	1,64	0,012
13	1,67	0,013
14	1,69	0,014
15	1,70	0,015
16	1,69	0,016
17	1,67	0,017
18	1,64	0,018

A=1 m^2 r=30 m U_D =10 m/s ω=1,67[l/s]
$U_B = \omega r = 1,67 \cdot 30 = 50,01\, m/s$
$W^2 = U_B^2 U_D^2 = 50,01^2 \cdot 10^2 = 2610,01\, m/s$
$\tan^{-1}\left(\frac{U_D}{U_B}\right) \Rightarrow \phi = 11,31$ From table $C_L = 1,61$ $C_D = 0,0113$
then
Lift force
$F_L = \frac{1}{2}\rho S C_L W^2$
$F_L = \frac{1}{2} \cdot 1,2\, kg/m^3 \cdot 1 \cdot 1,61 \cdot 2610,01\, m/s = \underline{\underline{2521,27\, N}}$
Dragforce
$F_D = \frac{1}{2}\rho S C_D W^2$
$F_L = \frac{1}{2} \cdot 1,2\, kg/m^3 \cdot 1 \cdot 0,0113 \cdot 2610,01\, m/s = \underline{\underline{17,696\, N}}$

What are the contributions of this blade element to the axial force and the torque to the rotor shaft..

Axial force $F_{ax} = F_L \cos\phi + F_D \sin\phi = 2521,27 \cdot \cos(11,31°) + 17,696 \cdot \sin(11,31°) = \underline{\underline{2468,83\, N}}$

Torque= $F_{tan} r$
$F_{tan} = F_L \sin\phi - F_D \cos\phi = \underline{477,11\, N}$
Torque= $477,11\, N \cdot 30\, m = \underline{\underline{14,3\, kNm}}$

Problem 4

A rotor has a diameter of 50 m and operates at a rotational speed of ω=3 [1/s]. Its Cp(λ) characteristic is given by:

$Cp(\lambda) = 0.00094 \cdot \lambda^3 - 0.0353 \cdot \lambda^2 + 0.3841 \cdot \lambda - 0.8714$

What is the power to the rotor shaft at a wind speed of 11m/s.

$D = 50\,m\ r = 25\,m\ \omega = 3\ v = 11\,m/s$

$\lambda = \frac{\omega r}{v} = 6.818181$

$Cp\,(6.8) = 0.00094 \cdot 6.8^3 - 0.0353 \cdot 6{,}8^2 + 0.3841 \cdot 6{,}8 - 0.8714 = \underline{0,40439}$

$P_{wind} = \frac{1}{2} \cdot 1,2\,kg/m^3 \cdot \pi \cdot 25^2\,m^2 \cdot 11^3\,m/s = 1,568\,MW$

$P_{shaft} = P_{wind} \cdot Cp = \underline{\underline{634,11\,kW}}$

The turbine should keep this rotational speed for all wind speeds > 11 m/s. Nominal power should is reached at 14 m/s. To which value the power coefficient has to be reduced (e.g. by variation of the blade pitch angle, not t be calculated here) to keep this output for a wind speed of 20m/s.

$\lambda\,(14\,m/s)\ \Rightarrow\ Cp = 0,3177$

P$_{shaft}$ as calculated above, now with $u = 14\,m$ and $C_p = 0,3177 \Rightarrow P_{shaft} = 1,027\,MW$

at $20\,m/s$

$\frac{1}{2} \cdot 1,2\,kg/m^3 \cdot \pi \cdot 25^2\,m^2 \cdot 20^3\,m/s \cdot Cp = 1,027\,MW\ \Rightarrow\ Cp = \underline{\underline{0,109}}$

Problem 5

Wind measurements at a height above ground of 30 m in a terrain with a roughness length of z_0 =0.2 m resulted in a characterization of the annual wind speed distribution by the two Weibull parameters a = 5.9 m/s, k = 1.7.

What are the mean wind speed and the mean cubed wind speed (use the table below for values of the gamma function)

k	$\Gamma\,(1+1/k)$	$\Gamma\,(1+3/k)$
1,5	0,9027	2,0000
1,6	0,8966	1,7877
1,7	0,8922	1,6279
1,8	0,8893	1,5046
1,9	0,8874	1,4073
2,0	0,8862	1,3293
2,1	0,8857	1,2658

$h_1 = 30\ a = 5,9\,m/s\ k = 1,7\ Z_0 = 0,2\,m$

Using formulaes from samlet

$\bar{u} = a\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\ \Rightarrow\ \bar{u} = 5,9\,m/s \cdot 0,8922 = \underline{\underline{5,26\,m/s}}$

$\bar{u}^3 = a^3\Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right)\ \Rightarrow\ \bar{u} = 5,9^3\,m/s \cdot 1,6279 = \underline{\underline{334,34\,m/s}}$

What is the expected wind speed at a height of 80m, assuming that the form parameter k stays constant and that the scale parameter a is scaled up according to the logarithmic wind profile (i.e. the ratio of the wind speed at the two heights stays constant over the year).

Using formulaes from samlet

$\frac{u(Z_1)}{u(Z_2)} = \frac{\ln\left(\frac{Z_1}{Z_0}\right)}{\ln\left(\frac{Z_2}{Z_0}\right)} \Rightarrow \frac{u(30)}{u(80)} = \frac{\ln\left(\frac{30}{0,2}\right)}{\ln\left(\frac{80}{0,2}\right)} \Rightarrow \frac{u(80)}{u(30)} = 0,836$

$u\,(30) = 5,26\,m/s \Rightarrow u\,(80) = \frac{u(30)}{0,836} = \frac{5,26\,m/s}{0,836} = \underline{\underline{6,29}}$

Problem 6

For the location and hub height of a wind turbine a Weibull distribution with: a=6.2 m/s and k=2.2 is given.

What is the expected energy output of a wind turbine (diameter 50 m) with power curve as given below for hours with mean wind speed v in the class 7 m/s < v< 8 m/s and for 15 m/s < v < 25 m/s ?

For $7\,m/s < v < 8m/s \Rightarrow v = 7,5m/s$ in further calculations

$f\,(v) = \frac{k}{a} \cdot \left(\frac{u}{a}\right)^{k-1} \cdot e^{\left(-\left(\frac{u}{a}\right)^k\right)}$

$f\,(7,5) = \frac{2,2}{6,2} \cdot \left(\frac{7,5}{6,2}\right)^{2,2-1} \cdot e^{\left(-\left(\frac{7,5}{6,2}\right)^{2,2}\right)} = 0,0975$

$0,0975 \cdot 8760\,h/year = \underline{854\,h}$

at $v = 7,5,\ P\,[kW] = 228$ so $228\,kW \cdot 854\,h = \underline{\underline{194,76\,MWh}}$

for $15\,m/s < v < 25$ I use Weibull formula $f\,(u \geq x) = e^{\left(-\left(\frac{u}{a}\right)^k\right)}$ which is to find windspeed above u

$f\,(v) = e^{\left(-\left(\frac{15}{6,2}\right)^{2,2}\right)} - e^{\left(-\left(\frac{25}{6,2}\right)^{2,2}\right)} = 0,00092607$

which yields $\underline{8,11\,h/year}$

then

$685\,kW \cdot 8,11\,h = \underline{\underline{5,56\,MWh}}$

How many hours the turbine is at standstill due to no wind?

From the table I find that the windmill is at standstill for windspeeds of $1,5\,m/s$ or less.

$f\,(x \geq u) = 1 - e^{\left(-\left(\frac{u}{a}\right)^k\right)} = 1 - e^{\left(-\left(\frac{1,5}{6,2}\right)^{2,2}\right)} = 0,043112$

Per year $\Rightarrow\ 0,043112 \cdot 8640\,h = \underline{\underline{377,67h}}$

At which wind speed the turbine works with its best power coefficient ?

$Cp = \frac{P_{ex}}{P_w}$, P_{ex} is in the table for given wind speed

$P_w = \frac{1}{2}\rho\pi r^2 u^3 \;\Rightarrow\; 1178 \cdot u^3$

Finding the best power coefficient by trial and error

$$v = 4,5\,m/s \quad\Rightarrow\quad Cp = \frac{48000}{1178 \cdot 4,5^3} \quad = 0,4472$$
$$v = 9,5\,m/s \quad\Rightarrow\quad Cp = \frac{402000}{1178 \cdot 9,5^3} \quad = 0,398$$
$$v = 6,5\,m/s \quad\Rightarrow\quad Cp = \frac{148000}{1178 \cdot 6,5^3} \quad = 0,45748$$
$$v = 7,5\,m/s \quad\Rightarrow\quad Cp = \frac{228000}{1178 \cdot 7,5^3} \quad = 0,45878$$
$$v = 8,5\,m/s \quad\Rightarrow\quad Cp = \frac{314000}{1178 \cdot 8,5^3} \quad = 0,43403$$

Cp is therefor best at $\underline{\underline{v = 7,5\,m/s}}$

wind speed $v\,[m/s]$	power $[kW]$
0,5	0
1,5	0
2,5	5
3,5	19
4,5	48
5,5	87
6,5	148
7,5	228
8,5	314
9,5	402
10,5	480
11,5	547
12,5	609
13,5	661
14,5	685
15,5	685
16,5	685
17,5	665
18,5	685
19,5	685
20,5	685
21,5	685
22,5	685
23,5	685
24,5	685
25,5	0