

# MA155 Statistics - Casio Guide

## Minifisert beta versjon

Elias Nordby



# Innhold

- **Notat**
  - Basics
- **Data**
  - Lister og Var Stats funksjonen
  - Rådata tabell
  - Frekvenstabell
- **Kombinatorikk og Sannsynlighet**
  - Kombinatorikk
  - Uordnet uten tilbakelegg
  - Ordnet uten tilbakelegg
  - Flere mengder : multinomial
  - Trekke flere elementer fra flere mengder
  - Sannsynlighet
  - Trekk fra mengder med 2 slag
  - Trekk fra mengder med m slag
- **Fordelingene**
  - normalpdf( - normal probability density function
  - normalcdf( - cumulative distribution function
  - invNorm( - Inverse cumulative normal distribution
  - tpdf( - students-t Probability Density Function
  - tcdf( -Student-t distribution probability
  - invT( - Inverse cumulative Student-t distribution
  - $\chi^2$ pdf( - Chi-square
  - $\chi^2$ cdf( - Chi-square
  - binompdf
  - binomcdf(
  - poissonpdf
  - poissoncdf(
  - geometpdf(
  - geometcdf(

# Notat

Denne guiden er skrevet for Casio Kalkulator med hensyn til Casio OS.1.  
I bestefall vil denne guiden også funke på disse.

*fx-9860GII SD*

*fx-9860GII*

*fx-9860G AU PLUS*

*fx-9860G SD (Updated to OS 2.0)*

*fx-9860G (Updated to OS 2.0)*

*fx-9860G AU (Updated to OS 2.0)*

*fx-9750GII*

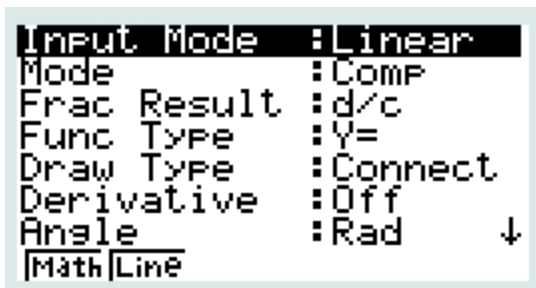
*fx-7400GII*

## Basics

Denne guiden er skrevet med linært input modus.

For å endre input modus, gjør følgende:

**SHIFT -> MENU**

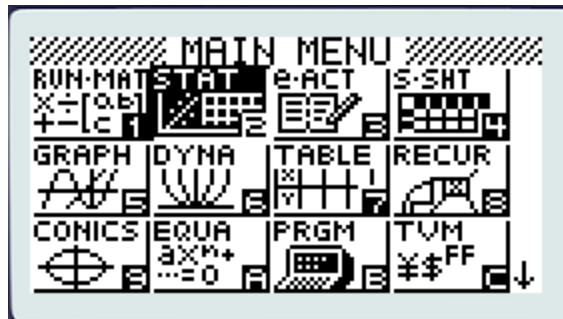


**F1: Math - Math modus**

**F2: Line - Linært modus**

# Rådata

La oss si at du har en oppgave som eksempelet 2.1.1 i boka der du har en stor mengde data. Du kan lage en liste over alle dataene, eller du kan lage to lister, en liste over høyde, og en liste over frekvensen. La oss si at du har god tid på eksamen, og du bestemmer deg for å skrive inn alle datapunktene selv om du kunne brukt frekvens tabellen.



Klikk -> MENU -> STAT

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
2	27			
3	27			
4	31			
5	36			

36

GRAPH CALC TEST DATA DIST

1. Fyll inn lista med verdier.
2. Klikk -> CALC (F2) -> 1VAR (F1)

```
1-Variable
x̄ = 30.6666666
Σx = 184
Σx² = 5740
x̄n = 4.02768199
x̄n-1 = 4.41210456
n = 6
```

```
1-Variable
n = 6
minX = 27
Q1 = 27
Med = 29
Q3 = 36
maxX = 36
```

La oss gå igjennom hva de forskjellige betyr:

$\bar{x} = E[x] = \mu_x$  betyr gjennomsnitt/forventningsverdi. Det vil si at gjennomsnittshøyden til bøkene i Hylla til Svein er 29.1 cm.

$\sum x$  betyr summen av alle bøkernes høyder er 1164 cm.

$\sum x^2$  betyr  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$  Kan brukes til å finne kvadratisk snitt ved enkeltdata (formelhefte 2.2.5)  $\frac{1}{n}\sum x^2$  som f.eks brukes til å finne populasjonsvariansen i formel 2.2.9 i formelhefte.

$s_x$  betyr utvalgs-standardavvik (sample standard deviation).

$\sigma_x$  betyr populasjons-standardavvik (population standard deviation)

n betyr hvor mange data er det i lista. Svein har 40 bøker han har målt i bokhylla si. (det er samme n i neste screenshot også)

minX betyr hva er den minste verdien til X. Svein har ei bok som er kun 21 cm høy.

$Q_1 = P_{25}$  Kvartilen som er det samme som prosentil 25

Med betyr median. Det er den observasjonen i midten.

$Q_3 = P_{75}$  Kvartilen som er det samme som prosentil 75 maxX betyr den største verdien til x. Den lengste boka i bokhylla er 44 cm.

## 3.1.2 Frekvenstabell

La oss nå gjøre det samme men denne gangen med frekvenstabell! Gå til liste editoren STAT, 1:Edit, og fyll inn mål data 21, 23, 27, 31, 36, 44 i L1 og frekvensdata 3,5,16,6,9,1 i L2.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	21	3		
2	23	5		
3	27	16		
4	31	6		

3  
1VAR 2VAR REG SET

1. Fyll inn lista med verdier.
2. Klikk -> CALC (F2)-> 2VAR (F2)

2-Variable	
$\bar{x}$	=30.3333333
$\sum x$	=182
$\sum x^2$	=5892
$x\sigma_n$	=7.86694914
$x\sigma_{n-1}$	=8.61781101
n	=6

↓

**Finn summen av Lista**

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
4	31	6		
5	36	9		
6	44	1		
7				

GRPH CALC TEST INTR DIST

1. Naviger til ledig celle.
2. Klikk: OPTN -> LIST (F1) -> F6 -> F6 -> Sum (F1)

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
4	31	6		
5	36	9		
6	44	1		
7				

Sum

LIST CLR CALC HYP PROB

1. Klikk: OPTN -> LIST (F1) -> List (F1) -> Deretter tast list nummer.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
4	31	6		
5	36	9		
6	44	1		
7				

Sum List 2

List L→M Dim Fill Seq

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
5	36	9		
6	44	1		
7		40		
8				

Sum Prod Cuml %

Summen av lista er 40.

## 4.1 Kombinatorikk og mengder

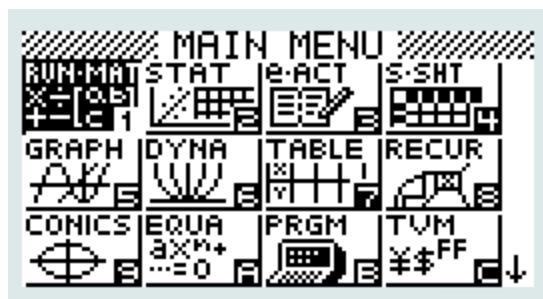
I kombinatorikken lærte vi hvor mange måter det er mulig å trekke fra en gitt mengde, alt ettersom hvilken type trekk det gjaldt. Formlene for det.

	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Ordnet	$n^k$	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Uordnet	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k}$

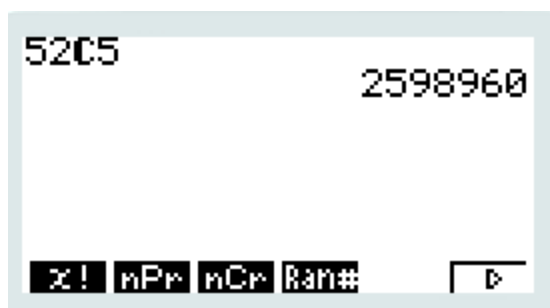
### 4.1.1 Uordnet uten tilbakelegg

Som eksempel 52 kort, trekk 5. Hvor mange mulige kombinasjoner?

En innebygd funksjon på kalkulator kalles nCr:

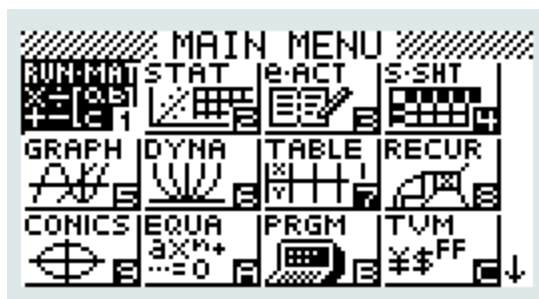


Kjør: RUN-MATH -> OPTN -> F6 -> PROB (F3) -> nCr (F3)



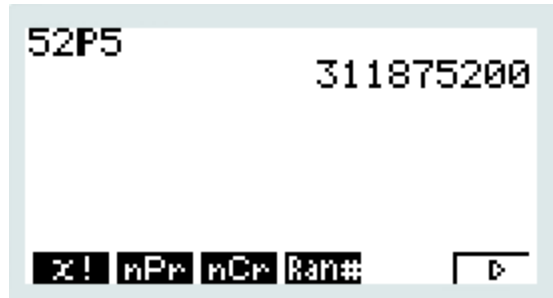
### 4.1.2 Ordnet uten tilbakelegg

Som eksempel kabal. Legg ut 5 kort i rekkefølgen vi trekker dem. Da er  $k = 5$  og  $n = 52$ .



Kjør: RUN-MATH -> OPTN -> F6 -> PROB (F3) -> nPr (F3)

denne funksjonen er innebygd:  $nPr = \frac{n!}{(n-k)!}$



### 4.1.3 Flere mengder : multinomial

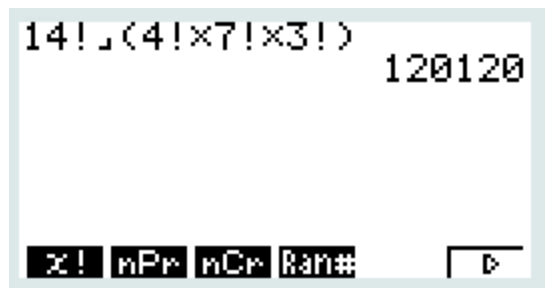
Altså dele opp elementene i flere mengder.

$$\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$$

Bruker bevis fra boka 3.3.6 :

Vi skal fordele arbeidsoppgaver  $n = 14$  entimes oppgaver over  $k = 3$  dager, hvor vi har  $k_1 = 4$  timer ledig på fredag,  $k_2 = 7$  timer ledig på lørdag og  $k_3 = 3$  ledig på søndag.

Antall måter å fordele oppgavene på



Kjør: RUN-MATH -> OPTN -> F6 -> PROB (F3) -> x! (F1)

Det vil gi fakultet symbol: !



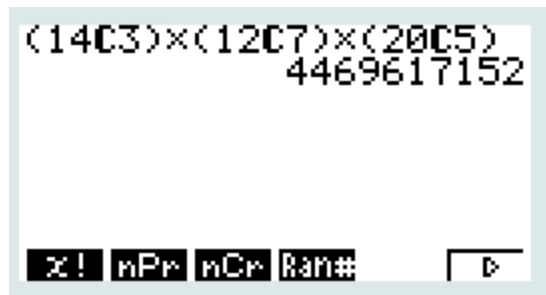
## 4.1.4 Trekke flere elementer fra flere mengder

Regel fra boka: Du skal trekke fra  $k$  mengder, og fra hver mengde  $A_j$  skal du trekke  $n_j$  elementer på en spesifisert måte (ordnet/uordnet; med/uten tilbakelegging). Antall måter å trekke  $n_j$  elementer fra mengde  $j$  på den spesifiserte måten er  $M_j$ . Antall måter du kan gjøre alle trekkene er

$$M = \prod_{j=1}^k M_j = M_1 * M_2 * \dots * M_k$$

Viser med eksempel 3.3.7 Vi har 3 urner der den første har 14 røde baller, den andre 12 blå og den siste har 20 grønne.

Vi skal plukke 3 røde, 7 blå og 5 grønne. Dette er jo uordnet trekk uten tilbakelegg! Vi setter inn i formelen..



## 4.2 Sannsynlighet

### 4.2.1 Trekk fra mengder med 2 slag

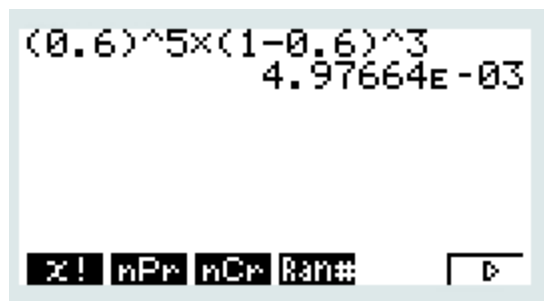
	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Sekvens (ordnet)	$p^k(1-p)^{n-k}$	$\frac{\binom{N-n}{S-k}}{\binom{N}{S}}$
Kombinasjon (uordnet)	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$\frac{\binom{S}{k} \binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{N-n}{S-k} \binom{n}{k}}{\binom{N}{S}}$

#### Eksempel: 4.3.3

Sekvens med tilbakelegging

Setter inn i formel:

$$P^k(1-P)^{n-k} = P(0.6)^5 * (1-0.6)^{8-5}$$



Slik vil det si ut i Casio i Linært modus.

#### Eksempel: 4.3.4 Kombinasjon med tilbakelegg

Her fa vi bruk for kombinasjonskoesienten vi fant tidligere. Vi setter inn og far..

```
(805)(0.6)^5*(1-0.6)^
3
0.27869184
x! nPr nCr Ran#
```

### Eksempel: 4.3.5 Kombinasjon uten tilbakelegg

Her er  $N=52$ ,  $S = 19$ ,  $n = 5$ , og  $k = 2$ .

Vi begynner med våre gunstige kombinasjoner..

```
(19C2)(33C3)+(52C5)
0.3589805153
x! nPr nCr Ran#
```

### 4.2.2 Trekk fra mengder med m slag

	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Sekvens (ordnet)	$P_1^{k_1} P_2^{k_2} \dots P_m^{k_m}$	$\frac{\binom{N-n}{S_1-k_1, S_2-k_2, \dots, S_m-k_m}}{\binom{N}{S_1, S_2, \dots, S_m}}$
Kombinasjon (uordnet)	$\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} P_1^{k_1} P_2^{k_2} \dots P_m^{k_m}$	$\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} * \frac{\binom{N-n}{S_1-k_1, S_2-k_2, \dots, S_m-k_m}}{\binom{N}{S_1, S_2, \dots, S_m}}$

Vi gar gjennom eksempel 4.3.7. 1 pose med 4 sjokolade typer: mrk, melk, hvit og mint. Det er  $n(\text{Mørk}) = 10$ ,  $n(\text{Melk}) = 18$ ,  $n(\text{Hvit}) = 6$ , og  $n(\text{Mint}) = 11$ . Total antall sjokolade  $N$  er da 45.

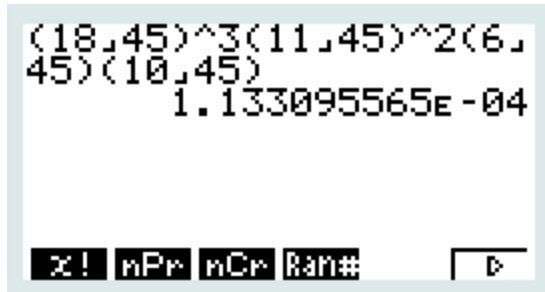
Sekvens med tilbakelegg: Vi trekker 7 ganger og far sekvens mint,melk,melk,mrk,mint,hvit og melk.

Hva er sannsynligheten for denne sekvensen?

Jo Finner P for hvert slag:

$$P_1 = \frac{10}{45}, P_2 = \frac{18}{45}, P_3 = \frac{6}{45}, P_4 = \frac{11}{45}$$

Slik vil det se på kalkulator:



Dette er helt greit for sma mengder data, men for store er det kanskje greiere a bruke lists.

*\*Gå inn på STAT og fyll ut lista slik som på bildet.*

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
	P	TREKK		
1	0.2222	1		
2	0.4	3		
3	0.1333	1		
4	0.2444	2		

GRAPH CALC TEST DISTR DIST

*\*Utfør Prod List 1 opphøyd i List 2*

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
	P	TREKK		
2	0.4	3		
3	0.1333	1		
4	0.2444	2		
5				

Prod List 1^List 2  
 List L→M Dim Fill Seq

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
	P	TREKK		
3	0.1333	1		
4	0.2444	2		
5		1.1E-4		
6		1.133095565E-04		

Sum Prod Cuml %

## Kombinasjon med tilbakelegg.

Omtrent som forrige, men nå er det uordnet trekk og da må vi ta med en multinomial som faktor. Jeg skriver inn multinomialen og lagrer i X

```
(7!) / (1! * 3! * 1! * 2!) → X
420
```

**MAT**

Tildele fasit til X.



```
X * Prod List 1 ^ List 2
```

**List** **L→M** **Dim** **Fill** **Seq** **|** **▷**

Så ganger vi bare faktoren var i X med summen av  $P^k$

```
(7!) / (1! * 3! * 1! * 2!) → X
420
X * Prod List 1 ^ List 2
3872,7875
```

**List** **L→M** **Dim** **Fill** **Seq** **|** **▷**

## Sekvens uten tilbakelegging

Samme oppgave, men nå trekker vi 7 ganger og spiser opp bitene etter hvert trekk.

Vi finner på for at vi trakk og spiste mint, melk, melk, mørk, mint, hvit, melk, i denne rekkefølgen.

Til bruk i formelen har vi da:  $S_1 = 10, S_2 = 18, S_3 = 6, S_4 = 11, N = 45, k_1 = 1, k_2 = 3, k_3 = 1, k_4 = 2, n = 7.$

Setter inn i formel

$$\frac{\binom{45-7}{10-1, 18-3, 6-1, 11-2}}{\binom{45}{10, 18, 6, 11}} = \frac{\binom{38}{9, 15, 5, 9}}{\binom{45}{10, 18, 6, 11}}$$

Slik ser det ut i linært input modus :)

```
38!/(9!x15!x5!x9!)/(4
5!)/(10!x18!x6!x11!)
1.41284316E-04
x! nPr nCr Ran#
```

## Kombinasjon uten tilbakelegging.

- samme oppgave, men nå bryr vi oss ikke om rekkefølge.
- Hva er p for at vi trakk og spiste 1 mørk, 3 melk, 1 hvit og 2 mint?
- Samme som forrige, men nå legger vi til en multinomial som forteller hvor mange mulige sekvenser som har dette antallet av hvert slag.

Setter opp formelen.

$$\binom{7}{1, 3, 1, 2} * \frac{\binom{45-7}{10-1, 18-3, 6-1, 11-2}}{\binom{45}{10, 18, 6, 11}}$$

Lagrer i X

```
(7!)/(1!x3!x1!x2!)->X
420
MAT
```

Utfører multiplikasjon

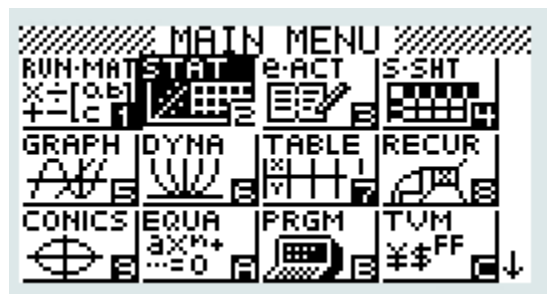
```
Xx(68.481299)
1360.22919
MAT
```

# Sannsynlighetsfordelingene.

## NORMALPDF - NORMAL PROBABILITY DENSITY FUNCTION

normalpdf funksjonen kjenner du kanskje igjen som dette uttrykket fra Normalfordeling seksjonen i Kontinuerlige fordelinger kapittelet:

$$f(x) = N_{(\mu,\sigma)}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



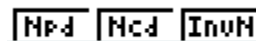
Kjør: STAT



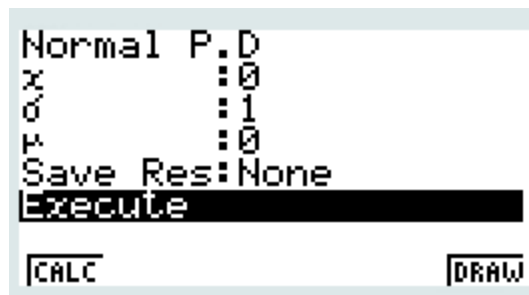
DIST (F5)



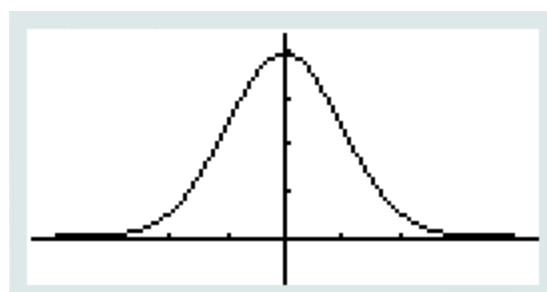
F1 for Normal (Her har du flere fordelinger)



F1 -> DRAW



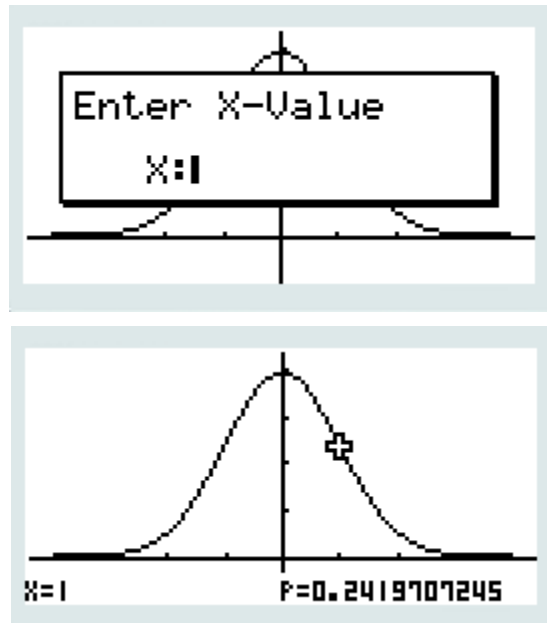
Sett inn ønsket parametre og klikk CALC eller draw.



Grafen for Normal P.D.

I denne funksjonen er det mulig å kalkulere X grafisk eller i menu.

Klikk: SHIFT -> G-SLV (F5) -> P-CALC



## Normalcdf - normal probability density function

Følg samme navigasjon som over og velg: Ncd (F2)

HPD | Ncd | InvN

$X \sim N_{(3.1, 5.7)}$ . Hva er  $P(X \leq 12)$ ?

```
Normal C.D
Lower : 0
Upper : 12
σ : 5.7
μ : 3.1
Save Res: None
Execute
|CALC
```

```
Normal C.D
P = 0.64751668
z:Low = -0.5438596
z:Up = 1.56140351
```

## invNorm- Inverse cumulative normal distribution

$X \sim N_{(3,2)}$ . Finn  $a$  slik at  $P(X \leq a) = 0.825$

```
Inverse Normal
Tail      :Left
Area      :0.825
σ         :2
μ         :3
Save Res:None
Execute
None LIST
```

```
Inverse Normal
x=4.86917858
```

## tpdf - students-t Probability Density Function

Ganske ubrukelig. Du kan plote studentsT feks eller finne en x value. Sett inn x verdien og df som betyr degree of freedom og som vi kaller for  $v$ .  $\mu = 0$  og  $\sigma = 1$  alltid med mindre du bruker Svein Olav hack.

```
Student-t P.D
x          :0
df         :0
Save Res:None
Execute
CALC DRAW
```

En Svein Olav hack: Hvis du vil få en hvilken som helst student t  $f(x)$  så kan du putte inn i x value det som står i parantesen også paste funksjonen og så gange funksjonen med sigma. Har ikke hatt bruk for dette enda.

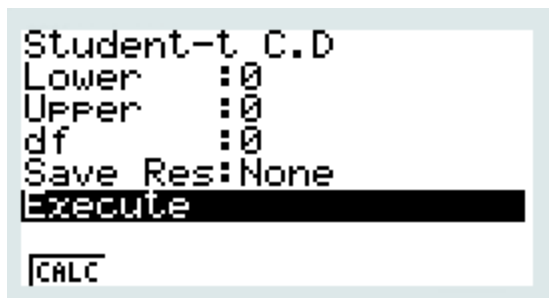
$$St_{(\mu,\sigma,v)}(x) = St_v\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) * \sigma$$



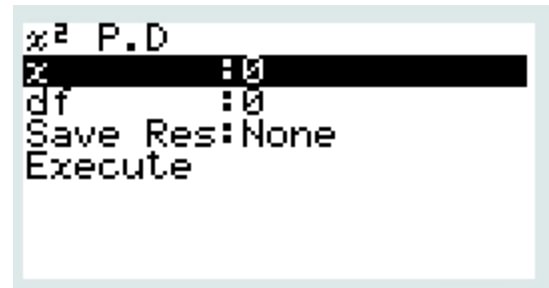
## tcdf -Student-t distribution probability

Den krever litt ekstra jobb men spesielt gjr det enklare med hypotesetesting der student t ma brukes. Man kan ikke sett disse verdiene slik som i normalcdf som er satt til = 0 og = 1 et eller annet sted inni programmeringskoden. Man kan justere lower, upper og df (det vi kaller v og v = n-1). Det betyr at vi ma gjøre et lite triks for a fa den til a fungere som Nyberg viste.

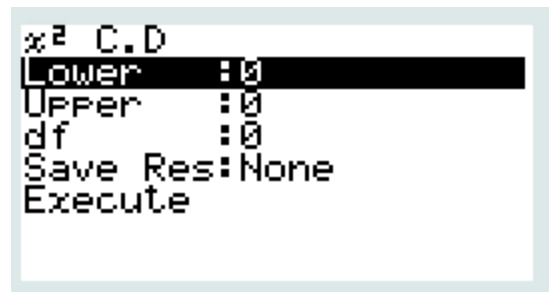
$$F_{\mu,\sigma,v}^{st}(x) = F_v^{st}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$



## x^2 pdf - Chi-square



## x^2 cdf - Chi-square



## binompdf

Bruker en oppgave for å vise. Finn  $x = 2$  når  $X \sim \text{Bin}_{(7,0.34)}(x)$

Endre Data til: Variable

```
Binomial P.D
Data      : Variable
x         : 2
Numtrial : 7
P         : 0.34
Save Res : None
Execute
|CALC
```

```
Binomial P.D
P=0.30401625
```

## binomcdf

Bruker en oppgave for å vise.  $X \sim \text{Bin}_{(7,0.34)}(x)$  Hva er  $P(X \in \{3, 4, 5\})$

Sett X i List 1

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	3			
2	4			
3	5			
4				

GRAPH CALC TEST INTR DIST

Endre Data til list og velg list 1 og skriv parameters.

```
Binomial C.D
Data      : List
List      : List1
Numtrial : 7
P         : 0.34
Save Res : None
Execute
|CALC
```

Execute

```
Binomial C.D
1 0.8163
2 0.9507
3 0.9923

0.8163083225
```

## poisonpdf

Viser med oppgave.  $X \sim Pois_{(8)}(x)$  Finn  $x = 4$

```
Poisson P.D
Data :Variable
x :4
P :8
Save Res:None
Execute
```

```
Poisson P.D
P=0.05725228
```

## poisoncdf

Viser med oppgave.  $X \sim Pois_{(8)}(x)$  Finn  $P(X \in \{7, 8, 9\})$

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	7			
2	8			
3	9			
4				

GRAPH CALC TEST INTR DIST

```

Poisson C.D
1 [0.4529]
2 [0.5925]
3 [0.7166]

0.4529608095

```

## geomtpdf

Viser med en oppgave. Finn  $x = 2$  når  $X \sim \text{Geom}_{0.25}(x)$

```

Geometric P.D
Data      :Variable
x         :2
P         :0.25
Save Res :None
Execute

```

```

Geometric P.D
P=0.1875

```

## geomtcdf

Viser med en oppgave. Finn  $P(X \in \{4,5\})$  når  $X \sim \text{Geom}_{0.25}(x)$

```

Geometric C.D
Data      :List
List     :List1
P        :0.25
Save Res :None
Execute
|List|Var|

```

```

Geometric C.D
1 [0.6835]
2 [0.7626]

0.7626953125

```