En eske har 40 sikringer. Det er 4L, 22B, 7R, 5O og 2G. Finn sanns. for å trekke: GBBROBROL $p_L = \frac{4}{40} = 0.1$, $p_B = \frac{22}{40} = 0.55$, $p_R = \frac{7}{40} = 0.175$, $p_O = \frac{5}{40} = 0.125$, $p_G = \frac{2}{40} = 0,05$, så

$P_{m/tilb.}(GBBROBROL) = p_L^1 \cdot p_B^3 \cdot p_R^2 \cdot p_O^2 \cdot p_G^1 = 0.1^1 \cdot 0.55^3 \cdot 0.175^2 \cdot 0.125^2 \cdot 0.05^1 = 0.000000398065$

$$P_{u/tilb.}(GBBROBROL) = \frac{\begin{pmatrix} 40-9 \\ 4-1, 22-3, 7-2, 5-2, 2-1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 40-9 \\ 4, 22, 7, 5, 2 \end{pmatrix}} = 0.000000625775$$

Sanns. for å trekke 1L,3B,2R,2O,1G (9 trekk)

$P_{m/tilb.}(1L, 3B, 2R, 2O, 1G) = \begin{pmatrix} 9 \\ 1,3,2,2,1 \end{pmatrix} \cdot P_{m/tilb.}(GBBROBROL) = 15120 \cdot 0.000000398065 = 0.00601875$

$P_{u/tilb.}(1L, 3B, 2R, 2O, 1G) = \begin{pmatrix} 9 \\ 1,3,2,2,1 \end{pmatrix} \cdot P_{u/tilb.}(GBBROBROL) = 15120 \cdot 0.000000625775 = 0.00946171$

Per vil se et reinsdyr. X er tid i timer det tar før han ser et. $X \sim Weib_{(2,2)}$

Hva er forventet ventetid μ_X før han ser et reinsdyr: $b = 2, c = 2$, så $\mu_X = \frac{2}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 1.7725$

Hva er sanns. for å se en før μ_X: $P(X < \mu_X) = F(\mu_X) = 1 - e^{-\left(\frac{\mu_X}{b}\right)^c} = 1 - e^{-\left(\frac{1.7725}{2}\right)^2} = 0.544081$

En ånd skulle fylle en pose. Han slo en mynt gjentatte ganger inntil han fikk kron. Telte da opp antall slag, X, han hadde gjort og fylte posen med 2^X steiner. Den første steinen var en gråstein, resten gullklumper.

Du trekker en stein. Det blir en gullklump. Finn oppdaterte sanns.fordeling for at ånden har slått mynten n ganger.

La $f(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$, La $g(n) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$f(n)$ er *prior* og $g(n)$ er *likelihood*. Finner *posterior* ved å sette inn i formelverket for Bayes teorem (5.1.2)

	Prior	*Likelihood*		*Posterior*
n	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n$	$\frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$
			$\frac{2}{3}$	

$f_{post}(n) = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$

Ånden legger en gråstein oppi posen for å erstatte gullklumpen du trakk. Hva er sanns. for at neste trekk også er en gullklump:

Ser fra forige oppgave at $P_{post}(A_n) = P_{post}(X = n) = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$.

Videre regner vi ut, og ser at sanns. for C ="å trekke en gullklump", gitt A_n ="ånden slo mynten n ganger" er nå $\frac{gunstige}{mulige} = \frac{2^n - 2}{2^n} = 1 - 2^{1-n}$. Altså $P_{post}(C \mid A_n) = 1 - 2^{1-n}$. Sanns. for neste observasjon finne vi i formel (5.1.4)

	Posterior	*Bet.sans.for C*	*Produkt*
n	$\frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$	$1 - 2^{1-n}$	$\frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + 2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^n\right)$
sum			$\frac{3}{7}$

$P_{post}(C) = \frac{3}{7}$

Sondre lurer på hvor stor andel av Go spill som blir vunnet av hvit. Han regner med at det er jevnt mellom sort og hvit og setter en *prior* for andelen spill vunnet av hvit $\beta_{(7,7)}$

Sondre plukker 20 tilfeldige spill, og ser at 13 ble vunnet av hvit og 7 av sort.

Hva blir *posterior* sanns.fordeling for andelen spill vunnet av hvit:

Prior	*Observasjon*	*Posterior*
$\beta_{(7,7)}(X)$	13 hvite 7 sorte	$\beta_{(7+13,7+7)}(X)$

Posterior fordeling for hvit seier er $\beta_{(20,14)}$

Sondre plukker 20 spill til og ser at 11 av disse ble vunnet av hvit, 9 av sort. Hva blir ny *posterior* sanns.fordeling for andelen spill vunnet av hvit:

Prior	*Observasjon*	*Posterior*
$\beta_{(20,14)}(X)$	11 hvite 9 sorte	$\beta_{(20+11,14+9)}(X)$

Ny *posterior* fordeling for hvit seier er $\beta_{(31,23)}$

Bruk normaltilnærming for å finne sanns. for at hvit vinner minst halvparten av spilla. Normaltilnærming når $X \sim \beta_{(31,23)}$

$\mu_X = \frac{31}{31+23} \approx 0.574074$, $\sigma_X = \sqrt{\frac{31 \cdot 23}{(31+23)^2(1+31+23)}} \approx 0.066676$

Normaltilnærmingen til $X \sim \beta_{(31,23)}$ er altså $N_{(0.574074, 0.066676)}$

$P(X \geq 0.5) = 1 - P(X < 0.5) = 1 - \Phi\left(\frac{0.5 - \mu_X}{\sigma_X}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{0.5 - 0.574074}{0.066676}\right) = 1 - \Phi(-1.11096) = 1 - 0.133 = 0.867$

Konfidensintervall-Har målt Påskeharens vekt fire ganger. Hver avlesning har en usikkerhet $\sigma = 0.4$ kg.Gjennosnittet var $\bar{y} = 17.5$kg. Bruk *Jeffry's prior* og angi et 90% bayesiansk konfidensintervall for Påskeharens vekt.

Benytter formel for bayesiansk konfidensintervall med *Jeffrey's prior* $\bar{y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 17.5 \pm z_{0.05} \cdot \frac{0.4}{\sqrt{4}} = 17.5 \pm 1.645 \cdot 0.2 = (17.16, 17.83)$

Mikkel jager Påskeharen. Han gjør en måling av farta til haren på $80 km/h$. Usikkerhet på $10 km/h$. Angi et 98% frekventistisk konfidensintervall for farten:

Bruker formel for frekventistisk konfidensintervall $\bar{y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 80 \pm z_{0.01} \cdot \frac{10}{\sqrt{1}} = 80 \pm 2.326 \cdot 10 = (56.74,\ 103.26)$

Regn ut $\begin{pmatrix} 28 \\ 2,3,5,7,11 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{28!}{2! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 7! \cdot 11!} = 1052427228652800 = 1.05 \cdot 10^{15}$

En pose sjokolade inneholder 20 kuler i rød folie, 12 i grønn og 8 i blå. Tar 10 tilfeldige og spiser. Hve er sanns. for at du spiser 5R, 3G og 2B?

Uordnet uten tilbakelegging. $P(5R, 3G, 32) = \frac{\begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 40 \\ 10 \end{pmatrix}} = \frac{1680}{14911}$

En pose fylt med 50 sjokoladekuler inneholder 30 med Likør (L) og 20 med Marsipan (M). Hva er sanns. for å spise i følgende sekvens LMLMLMLMLM

Detter er ordnet uten tilbakelegging. $P(LMLMLMLMLM) = \frac{\begin{pmatrix} 50-10 \\ 30-5 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 50 \\ 30 \end{pmatrix}} = \frac{4383756}{5136139085} = 0.000853512$

Du jobber i bokhandel, og din kollega sier at ventetiden i minutter X til neste gang en kunde spør etter "hjemmeingeniør" er eksponenialfordelt med parameter $\lambda = \frac{1}{15}$. Hva er forventet ventetid μ_X før neste kunde spør etter boka?

For eksponensialfordeling er $\mu = \frac{1}{\lambda}$, da blir forventet ventetid 15min.

Hva er sanns. for at ventetiden er mellom 5 og 20min? Siden $\lambda = \frac{1}{15}$, er kumulativ fordeling $F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-\frac{x}{15}}$. Da blir $P(X \in (5, 20)) = F(20) - F(5) = \left(1 - e^{-\frac{20}{15}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{5}{15}}\right) = e^{-\frac{1}{3}} - e^{-\frac{4}{3}} \approx 0.452934$

Nissens verksted lager 10 forskjellige typer sekker, nummerert 1-10. For hver type x er det laget $17x$ sekker (type 1=17, type 2=34 osv). I sekk x er x^2% av gavene myke (sekk 1 har 1^2% myke, sekk 2 har 2^2% myke osv). Hver sekk inneholder 1 mill gaver. Nissen tar en tilfeldig sekk. Hva er sanns. for at han tar en av type x? Det er da totalt $\sum_{x=1}^{10} 17x = 17 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (10+1) = 925$ sekker. Sanns. for at nissen tar en sekk x er $\frac{17x}{935} = \frac{1}{55}x$

Nissen gir deg to tilfeldige pakker. Begge er myke. Oppdater sanns. for hvilken type sekk nissen har. Sanns. i forige oppg. blir da *prior* $f_{pre}(x)$. Likelihood $g(x)$ blir da sanns. for å trekke to myke pakker fra en sekk av type x. Teksten sier at $P(myk \mid x) = \frac{x^2}{100}$, og med "bunnløs" sekk blir det med tilbakelegging.

$P(2myk2 \mid x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{x^2}{100} \cdot \frac{x^2}{100} = \frac{1}{10000}x^4$. Tabellen for Bayes blir da slik:

	Prior	*Likelihood*		*Posterior*
x	$\frac{1}{55}x$	$\frac{1}{10000}x^4$	$\frac{1}{550000}x^5$	$f_{post} = \frac{\frac{1}{550000}x^5}{\frac{803}{200}} = \frac{1}{220825}x^5$
			$\sum_{x=1}^{10} \frac{1}{550000}x^5 = \frac{803}{200}$	

Svar: $f_{post} = \frac{1}{220825}x^5$

Hva er sanns. for at sekken er av type 8? $f_{post}(8) = \frac{1}{220825}x^8 \approx 0.148$

S lager to type kalendere. A med 8 biter marsipan og 16 med sjokolade, og G med 16 biter marsipan og 8 med sjokolade. Det lages 3 ganger så mange A kalendere som G kalendere. Du har kjøpt en. Hva er sanns. for at du kjøpte de respektive kalenderene, altså P(A) og P(G)?

Andel A er 75% og G er 25%. Da er $P(A) = 0.75$ og $P(G) = 0.25$

Etter to luker har du fått 2 marsipan. Oppdater sanns. for hvilken kalender du kjøpte. Dette tilsvarer uordnett trekk uten tilbakelegging. I begge tilfeller er $N = 24, n = 2, s = 2$, men for A kalender er $S = 8$, mens for G kalender er $S = 16$

$P(2marsipan \mid A) = \frac{\begin{pmatrix} N-n \\ S-s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} n \\ s \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} N \\ S \end{pmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix} 24-2 \\ 8-2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 24 \\ 8 \end{pmatrix}} = \frac{7}{69} \approx 0.10145$, $P(2marsipan \mid G) = \frac{\begin{pmatrix} 24-2 \\ 16-2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 24 \\ 16 \end{pmatrix}} = \frac{10}{23} \approx 0.4348$

Tabell for Bayes blir da slik:

	Prior	*Likelihood*		*Posterior*
A	0.75	$\frac{7}{69}$	$\frac{7}{92}$	$P_{post}(A) = \frac{7}{17} \approx 0.4118$
G	0.25	$\frac{10}{23}$	$\frac{10}{92} = \frac{5}{92}$	$P_{post}(B) = \frac{10}{17} \approx 0.5882$
			$\sum = \frac{17}{92}$	

Hva er sanns. for å få marsipan bak luke tre? I kalender A er det 6 marsipan og 16 sjokolade igjen. Sanns. da er $\frac{6}{22}$, i kalender G er det 14 marsipan og 8 sjokolade. Sanns. er da $\frac{14}{22}$. $P(marsipan) = \frac{7}{17} \cdot \frac{6}{22} + \frac{10}{17} \cdot \frac{14}{22} = \frac{91}{187} \approx 0.4870$

Bayes teorem med kontinuerlig *prior*. Skal anslå andel rød baller i ballbinge. Fordeling for *prior* antagelse er $\beta_{(7,3)}(x)$. Plukker 10 baller; 8 er røde. Hva blir *posterior* sanns. for andel rød?

Prior	*Observasjon*	*Posterior*
$\beta_{(7,3)}(x)$	8 røde 2 fargede	$\beta_{(7+8,3+2)}(x)$

Posterior fordeling for andel røde baller er $\beta_{(15,5)}(x)$

X er snitt kg kake vennene dine spiste i jula. *Prior* anslag er $X \sim N_{(3,1)}$. 5 venner har i snitt spist $\bar{y} = 3.7kg$, og hver gjorde anslaget med usikkerhet på $\sigma = 0.5kg$. Hva blir nå *posterior* sanns.fordeling for X?

	Prior	*Observasjon*		*Posterior*
$N_{(3,1)}$	$\mu_{pre} = 3$ $\delta_{pre} = \frac{1}{1^2} = 1$	$\bar{y} = 3.7$ $\delta_{hood} = \frac{5}{0.5^2} = 20$	$\delta_{post} =$ $1+20 = 21$	$\mu_{post} = \frac{1}{21} \cdot \frac{20}{21} \cdot 3.7$ $\sigma_{post} = \sqrt{\frac{1}{21}} \approx 0.218$

Posterior fordeling for kg kake spist er $N_{(3.67, 0.218)}$

Har målt Nissens vekt 4 ganger (n). Hver måling har usikkerhet $\sigma = 4kg$. Snittet var $\bar{y} = 175kg$. Bruk *Jeffreys prior* og angi et 90% bayesiansk konfidensintervall for vekta. Finner $z_{\frac{\alpha}{2}}$ i tabell z_p (90%).

Benytter formel $\bar{y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 175 \pm z_{0.05} \cdot \frac{4}{\sqrt{4}} = 175 \pm 1.645 \cdot 2 = (171.61, 178.29)$

Nissen tar en joggetur. Tar en måling på distanse som sier 8km. Usikkerhet $\sigma = 1km$. Angi et 98% frekventistisk konfidensintervall for hvor langt han jogga.

$\bar{y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 8 \pm z_{0.01} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}} = 8 \pm 2.326 \cdot 1 = (5.674, 10.326)$

Du har en pose med terninger i to farger. Sorte: 3 D_4, 1 D_8, og 2 D_{20}. Hvite: $1D_4, 1D_6, 1D_8, 1D_{10}, 1D_{12}, 1D_{20}$

Finn sanns. for å trekke en sort terning? Det er 6 sorte og 6 hvite. $P(sort) = \frac{6}{6+6} = 0.5$

Sanns. for å trekke D_8? Det er 2 D_8 og 12 totalt., så $P(D_8) = \frac{2}{12} \approx 0.167$

Tar tre terninger og legge de til side. Hva er sanns. for å trekke to sorte og en hvit? Uordnet trekk uten tilbakelegging.

Totalt N=12, Gunstige S=6, Antall trekk n=3, Gunstige trekk s=2

$$\frac{\begin{pmatrix} N-n \\ S-s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} n \\ s \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} N \\ S \end{pmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix} 12-3 \\ 6-2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}} = \frac{\frac{9!}{4!5!} \cdot \frac{3!}{2!1!}}{\frac{12!}{6!6!}} = \frac{9}{22}$$

Hva er sanns. for å trekke en terning og slå ni? Må legge sammen sannsynlighetene.

$P(9) = P(D_4) \cdot P(9 \mid D_4) + P(D_6) \cdot P(9 \mid D_6) + P(D_8) \cdot P(9 \mid D_8) + P(D_{10}) \cdot P(9 \mid D_{10}) + P(D_{12}) \cdot P(9 \mid D_{12}) + P(D_{20}) \cdot P(9 \mid D_{20})$
$= \frac{4}{12} \cdot 0 + \frac{1}{12} \cdot 0 + \frac{2}{12} \cdot 0 + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{36}$

Du dykker. Det sies at antall havhester du vil se er $X \sim f$, der $f(x) = \frac{0.4^x}{x!} \cdot e^{-0.4}$

Hva er $E[X]$? Ser $f(x)$ er Poisson fordeling $f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$, $E[X] = \lambda = 0.4$

Hva er σ_x? $\sigma_x = \sqrt{\lambda} \approx 0.632456$

Hva er sanns. for å se minst èn havhest i løpet av 3h? Det er 1-sanns. for å ikke se noen. Sanns. for å ikke se en havest på 1 time er $P(X = 0) = f(0) = \frac{0.4^0}{0!} \cdot e^{-0.4} = e^{-0.4}$. La X_1, X_2, X_3 være antall havhester i time 1, 2 og 3.Gitt antagelsen i oppgaven at disse er uavhengige, er

$P(X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0) = P(X_1 = 0) \cdot P(X_2 = 0) \cdot P(X_3 = 0) = P(X = 0) \cdot P(X = 0) \cdot P(X = 0) = (P(X = 0))^3 = (e^{-0.4})^3 = e^{-1.2}$

Sanns. blir da $1 - e^{-1.2} \approx 0.699$

Bayes teorem: DD liker å stupe, men gjør avogtil mageplask. La X være andelen mageplask.Noen studenters oppfatning er at han gjør mageplask 2 av 3 ganger, og det er de like sikre på som om de haddeobservert 3 forsøk. Hve er *prior* sanns.fordeling for X?
Prioren $\beta_{(a,b)}$har parametre $a = np + 1 = 3 \cdot \frac{2}{3} + 1 = 3$, $b = n(1-p) + 1 = 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 = 2$. Prior er da $\beta_{(3,2)}$
Studentene observerer DD, og sammen med *prioren* over, konkluderer de ved hjelp av bayesiansk oppdatering med en *posterior* sanns.fordeling $X \sim \beta_{(21,57)}$
Hvor mange observasjoner ble gjort, og hvor mange endte med mageplask?
Posterior fordeling $\beta_{(a+k,b+l)}$ Her er *prior* $\beta_{(3,2)}$, altså $a = 3, b = 2$ og *posterior* $\beta_{(21,57)}$, så $a + k = 21, b + l = 57$. $k = 21 - 3 = 18$, $l = 57 - 2 = 55$, så de observerte $18 + 55 = 73$, hvorav 18 var mageplask.
DD blir observert igjen. De ser 13 mageplask og 31 vellykka stup. Hva blir ny *posterior* sanns.fordeling for X?
Ny *prior* er $\beta_{(21,57)}$ Da blir ny *posterior* $\beta_{(21+13,57+31)} = \beta_{(34,88)}$
Konfidensintervall: La Y være snitthøyde på vannspruten når DD gjør mageplask. Studentene har prior for Y fordelingen $N_{(1.5,0.5)}$. 10 av sprutene blir målt i meter, $1.73, 1.98, 2.52, 2.00, 1.42, 1.61, 1.88, 0.73, 1.83, 1.93$
Snittet $\bar{y} = \frac{målingene}{antallmålinger} = 1.763$, $\sigma_Y = 0.57$, finn et 95% bayesiansk konfidensintervall for Y.

	Prior	*Observasjon*		*Posterior*
$N_{(1.5,0.5)}$	$\mu_{pre} = 1.5$	$\bar{y} = 1.763$		$\mu_{post} = 1.73275$
	$\delta_{pre} = 4$	$\delta_{hood} = 30.7787$	$\delta_{post} = 34.7787$	$\sigma_{post} = 0.169568$

Posterior er da $N_{(\mu_{post},\sigma_{post})} = N_{(1.73,0.17)}$ Det gir oss et 95% bayesiansk konfidensintervall $\mu_{post} \pm z_{0.025} \cdot \sigma_{post} = 1.73275 \pm 1.960 \cdot 0.169568 = (1.40, 2.07)$
Anta du ikke kjenner standardavviket til Y og finn et 95% bayesiansk konfidensintervall for Y. Regn ut empirisk standardavvik $s_y^2 = \frac{1}{10-1} \sum_{n=1}^{10} (y_n^2 - \bar{y}) = 0.463275$

	Prior	*Observasjon*		*Posterior*
$N_{(1.5,0.5)}$	$\mu_{pre} = 1.5$	$\bar{y} = 1.763$		$\mu_{post} = 1.74221$
	$\delta_{pre} = 4$	$\delta_{hood} = 46.5933$	$\delta_{post} = 50.5933$	$\sigma_{post} = 0.14059$

Antall *frihetsgrader* er $v = n - 1 = 10 - 1 = 9$, og *posterior* blir da $St_{(\mu_{post},\sigma_{post},v)} = St_{(1.74,0.14,9)}$Det gir oss et 95% bayesiansk konfidensintervall. $\mu_{post} \pm t_{(9,0.025)} \cdot \sigma_{post} = 1.74221 \pm 2.2622 \cdot 0.14059 = (1.42, 2.06)$
Hypotesetesting: SS stuper og gjør avogtil mageplask. La Z være snitthøyde på vannspruten. Har 10 målinger. Kjenner standardavvikene $\sigma_Y = 0.57$, $\sigma_Z = 0.53$ Avgjør med en signifikans på $\alpha = 0.05$ om $Y \neq Z$, og bruk *Jeffreys prior* når du skal gjøre anslag på *posterior* fordelingene for Y og Z.
Vi har da *posterior* $\mu_z = \bar{z} = 1.357$ og $\mu_y = 1.763$, mens $\sigma_z = \frac{0.53}{\sqrt{10}} = 0.168$ og $\sigma_y = \frac{0.57}{\sqrt{10}} = 0.180$ Det betyr at fordelingen for $W = Z - Y$ er en normalfordeling med parametere $\mu_w = \mu_z - \mu_y = 0.406$ og $\sigma_w = \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_y^2} = 0.331$
Å avgjøre med en signifikans på $\alpha = 0.05$ om $Y \neq Z$ er det samme som å avgjøre om 0 er inne i et 95% konfidensintervall for W. Dette intervallet er $\mu_w \pm z_{0.025} \cdot \sigma_w = 0.406 \pm 1.960 \cdot 0.331 = (-0.242, 1.055)$som inneholder 0, så vi kan *ikke* si $Y \neq Z$ med et signifikansnivå på $\alpha = 0.05$
$A = \{a, b, c\}, B = \{c, d\}$ Finn $A \cup B$. $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ Finn $(A \cup B) \setminus (AB) = \emptyset$-Den tomme mengden.
$P(A) = 0.4, P(A \mid B) = 0.2$ og $P(B) = 0.5$ Finn $P(B \mid A)$. Bruker Bayes formel $P(B \mid A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0.5 \cdot 0.2}{0.4} = 0.25$
N legger ut fasit. Tiden i min før k studenter har påpekt feil i fasiten er Erlangfordelt., og har samme λ for alle verdier av k. Forventet tid før 1 student har påpekt feil i fasiten er 18 min. Finn λ. Siden $\mu_X = \frac{k}{\lambda}$, er $\lambda = \frac{k}{\mu_X} = \frac{1}{18}$
Finn kumulativ fordelingsfunksjon for ventetiden for at 5 studenter skal ha påpekt feil. $F_k(x) = 1 - \sum_{n=0}^{4} \frac{\left(\frac{x}{18}\right)^n}{n!} e^{-\frac{x}{18}}$
Finn sanns. for at 2 har påpekt feil innen 30min. $P(X \leq 30) = F_2(30) = 1 - \left(\frac{\left(\frac{30}{18}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{30}{18}\right)^1}{1!}\right) \cdot e^{-\frac{30}{18}} = 1 - \left(1 + \frac{5}{3}\right) \cdot e^{-\frac{5}{3}} \approx 0.496332$
La X være andelen Tirsdager Rudolf ha rød nese. *Prior* oppfatning er at Rudolf har rød nese 80% av Tirsdagene, og er like sikker på dette som om att Rudolf hadde blitt observert 5 Tirsdager. Hva blir *prior* for X? $\beta_{(5,2)}$
Rudolf blir observert i 17 uker og har rød nese 12 av Tirsdagene. Hva blir *posterior* sanns.fordeling for X? Legger til 12 og 15 i parameterne. $\beta_{(17,7)}$
Rudolf forsvinner en tur hver Tirsdag morgen. Du vil anslå Y, gjennomsnittlig tid på utfluktene. Det eneste du vet er at turene er aldri kortere en 30min eller mer en 90min. Finn *prior* anslag på Y ved reglen for å sette normalfordelt prior ut fra rent intervallfokus. $N_{(60,10)}$
Har målinger fra 17 Tirsdager. Snitt-tid på Rudolfs turer var 58min, og utvalgsstandardavvik var 12min. Bruk Student's t-versjon av Bayes teorem, og finn *posterior* sanns.fordeling for Y

Prior	*Observasjon*		*Posterior*
$\mu_{pre} = 60$	$\bar{y} = 58$	$\delta_{post} =$	$\mu_{post} = \frac{\frac{1}{10^2}}{\frac{461}{3600}} \cdot 60 + \frac{\frac{17}{12^2}}{\frac{461}{3600}} \cdot 58 = 58.2$
$\delta_{pre} = \frac{1}{10^2}$	$\delta_{hood} = \frac{17}{12^2}$	$\frac{461}{3600}$	$\sigma_{post} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{post}}} = \sqrt{\frac{3600}{461}}$

Så *posterior* fordeling er $St_{(58.2,79,16)}$
Konfidensinterval: Du har ett snitt for svinn Z. Finn 98% konfidensintervall på to måter. $X \sim N_{(3.4,1.2)}$ $I = \mu_X \pm \sigma t_{4,0.01} = 3.4 \pm 1.2 \cdot 2.326 = (0.61, 6, 19)$.
$X \sim St_{(3.4,1.2,4)}$, altså Student's t fordelt med $\mu = 3.4$, $\sigma = 1.2$ og $v = 4$. $I = \mu_X \pm \sigma z_{0.01} = 3.4 \pm 1.2 \cdot 3.7469 = (-1.10, 7.90)$
1-sidig hypotesetesting: Hvis Rudolf legger igjenn 20 eller færre klatter tyder dette på at han har vært på TPB. Posterior anslag på K - antall klatter er $K \sim N_{(32,3)}$. Avgjør med signifikans $\alpha = 0.1$ om han legger igjen 20 eller færre klatter. Her er $h_0 = 20$, og H_0 at $K \geq h_0$. Da er
$P(H_0) = P(K \geq h_0) = P(K \geq 20) = 1 - P(K < 20) = 1 - \Phi\left(\frac{20-32}{3}\right) = 1 - \Phi(-4) = 1$
Siden $P(H_0) \geq 0.1$ kan ikke nullhypotesen forkastes.
2-sidig hypotesetesting: Vixen og Blitzer løper til Rudolf. Donner observerer dem og gjør en statistisk vurdering at tiden i sekunder Vixen brukte var $V \sim N_{(25.1,3.4)}$ og Blitzer brukte $B \sim N_{(24.5,5.2)}$. Avgjør med signifikans $\alpha = 0.2$ om de var like raske. Regner først ut differansen mellom dem, $C = V - B \sim N_{(\mu_C,\sigma_C)}$, der $\mu_C = 25.1 - 24.5 = 0.6$ og $\sigma_C = \sqrt{3.4^2 + 5.2^2} = 6.2$. Deretter finner vi et $(1-\alpha)100\% = 80\%$ konfidensintervall.: $I = 0.6 \pm 6.2 \cdot 1.282 = (-7.3, 8.5)$ Vi ser at $0 \in I$, så vi kan *ikke* forkaste nullhypotesen og si at de ikke var like raske.
Statisk inferens: Det er 3 buer. Den ene treffer alltid målet, den andre treffe 2 av 3 ganger og den siste 1 av 3. Tar en og test-skyter, og treffer. Finn *prior* og *likelihood* og regn ut *posterior*. Kall valget av buene for A_1, A_2 og A_3, og hendelsen at han traff for B. Da er

k	$P(A_k)$	$P(B \mid A_k)$	$P(A_k B)$	$P(A_k \mid B)$
1	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$
			$\frac{2}{3}$	

Han testskyter igjen og bommer. Finn oppdatert *posterior*. Kall hendelsen bomm for C

k	$P(A_k \mid B)$	$P(C \mid A_k B)$	$P(A_k BC)$	$P(A_k \mid BC)$
1	$\frac{1}{2}$	0	0	0
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$
			$\frac{2}{9}$	

Bayes funksjons-versjon: Finn *posterior* sanns.fordeling når du har

$$Prior : f_{pre}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ xe^{-x} & x \in \langle 0, 1] \\ \frac{2}{5}x^2 e^{-x} & x > 1 \end{cases},$$

$$Likelihood : g(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

Setter opp i tabell

Område	*Prior*	*Likelihooh*	$P \cdot L$	*Posterior*
$x > 0$	0	e^x	0	0
$\langle 0, 1]$	xe^{-x}	e^x	x	$\frac{30}{43}x$
$\langle 1, 2]$	$\frac{2}{5}x^2 e^{-x}$	e^x	$\frac{2}{5}x^2$	$\frac{12}{43}x^2$
$x \geq 2$	$\frac{2}{5}x^2 e^{-x}$	0	0	0
			$S = \frac{43}{30}$	

$$S = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{1} xdx + \int_{1}^{2} \frac{2}{5}x^2 dx + \int_{0}^{\infty} 0dx$$

$$= 0 + \left[\tfrac{1}{2}x^2\right]_0^1 + \left[\tfrac{2}{15}x^3\right]_1^2 + 0 = \frac{1^2 - 0^2}{2} + \frac{2 \cdot (2^3 - 1^3)}{15} = \frac{43}{30}$$

Det sentrale lønnsomhetsmålet i Årsregnskapet er Årsresultat/Bunnlinje. Defineres som: Inntekt-kostnad
Det sentrale lønnsomhetskriterium for langsiktige prosjekter investeringer er: Positiv nåverdi
Dekningsbidrag per stykk er: Pris-VEK(Variabel Enhets Kostnad)
Nullpunktet (Break Even) er definert som: Den minste salgsmengde som gir positivt resultat
Kapitalens brrukerkostnad (user cost of capital) for en maskin inneholder årskostnaden for disse komponentene: Avskrivning og renter
A skylder B 10000 som skal betales om ett år og 10000 som skal betales om 5 år. De blir enige om å gjøre opp alt i slutten av år 4 i ett beløp. 10% rente. Beregn beløpet. $\sum 22401$
En aksje i DNC gir utbytte på 15 i hvert år framover. Hva er børsverdien når markedsrenten er 5% i all tid framover? $NV_0 = \frac{15}{0.05} = 300$
Et prosjekt har denne forventede kontantstrømmen over 4 år: (-100,30,30,30,30). Hva er netto nåverdi i dag når renten er 10%?

$$NV_0 = -100 + 30 \cdot \underbrace{A(10\%, 4år)}_{3.169865} = -100 + 95.10 = -4.90$$

En evigvarende obligasjon (consol) med pålydende 1000 gir 3% avkasting pr år i evig tid. Hva er verdien når framtidig markedsrente er 4%? $NV_0 = \frac{30}{0.04} = 750$
Et lån på 1 mill fra en bank koster 1500 å etablere og det skal betales 5% rente pr år i 10 år. Finn effektiv lånerente. $i = A^{-1}(5\%, 10år) = 0.129505$ mill, $i > 5\%$
Fra BriefCase-Beslutningene og rapport for Team 5 s194 i pensumbok↓
Pris for Attache er 795. Hva er Team 5s dekningsbidrag? 795-365.4-selger kost-user costs
Team 5s leveringskapasitet i 92 er 253.95K. Hvilken av kapasitetene er "knapp faktor"? Maskiner
Bygningskapasiteten i neste periode vil være? $253.30 \cdot 0.97 + 20 = 265.70$
Maks produksjonskapasitet i periode 1993 vil være? Byggningskappasitet 265.70
Team 5 har lånt for lite til å finansierre aktivitetene i 92. Hvor mye for lite? 14.368 mill pga kort gjeld
På s141 rapporteres det regresjonsresultater for etterspørselen. Hvor høy er den estimerte priselastisiteten i Marked 3? -2.7431 (regresjonskoeffisienten i loglineær versjon)
Hvor høy er priselastisiteten i Marked 1 når vi bruker relative priser som høyresidevariabel i regresjonen? $-49.17 \cdot \frac{\bar{P}}{\bar{q}} = -\frac{49.17 \cdot 1}{9.853} = -4.99$ (Forklares side 126 og side 136-138)
Hva er årsaken til at Team 1 greier å selge mer en sin etterspørsel i 92? Team 1 har større leveringskapasitet en leveringskapasitet og får ekstra forespørsel fra lag som ikke kunne og levere.
Team 7 fikk begge kontraktene. Why? Laget hadde lavest priser
Team 10 hadde høyest årsresultat i 92. Men laget hadde mindre etterspørsel en sin leveringskapasitet for produkt 1 Attache. Hvor mye? Marked 1: 10.97 + Marked 2: 55.63 + Marked 3: 31.70=98.30-103.88 = 5.58