Øving 4 - Teori

OPPGAVE 1 - TRANSFORMASJONER TEORI

a) Hvorfor innfører vi homogene koordinater?

Fordi homogene koordinater gjør at vi kan få en enhetlig behandling av transformasjoner p.g.a. translasjon også kan utføres med matrisemultiplikasjon.

Nevn noen av fordelene dette medfører for oss ved vår behandling av transformasjoner.

Vi slipper problemer med at vektorer og punkter blir representert på samme måte da den homogene parameteren $= 0$ for vektorer og $\neq 0$ for punkter.

Perspektivprojeksjon kan utføres ved matrisemultiplikasjon i det homogene rommet.

b) Hvilke tre basistransformasjoner har vi?

Skalering, rotasjon og translasjon.

c) Kan du nevne noen transformasjoner som ikke er bygd opp som en sum av basistransformasjoner.

Skjærtransformasjoner og refleksjon.

d) Når vi setter sammen flere transformasjoner går vi fra høyre mot venstre, slik at transformasjonen til høyre utføres først, hvorfor?

Ved å gange sammen flere transformasjonsmatriser blir resultatet det samme som hvis du hadde utført hver transformasjon på en vektor. Hvis du har matrisene A og T, og vektoren $\vec{v}$, så er $\vec{v}(T \cdot A)$ det samme som $\vec{v} \cdot A$ og så $\vec{v} \cdot T$. NB $T \cdot A \neq A \cdot T$

OPPGAVE 2 - TRANSFORMASJONER I PRAKSIS

For hver underoppgave a)-d) skriv ned en matrise med homogene koordinater som gjør nevnte transformasjon. Vis matrisen for både 2D- og 3D-transformasjoner der det gir mening.

a) Lag et objekt tre ganger så stort.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

b) Lag et objekt en fjerdedel så stort.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

c) Reduser x-retningen med 75% og øk y-retningen med 50%.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

d) Roter et objekt 90 grader om y-aksen.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}) & 0 & -\sin(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2}) & 0 & \cos(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

e) Finn transformasjonsmatrisene for en refleksjon i 2D (speiling) rundt en vilkårlig linje $y = mx + b$. Sett opp den riktige rekkefølgen av matrisene, men ikke multipliser ut resultatet. (Bruk homogene koordinater).

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OPPGAVE 3 - TRANSFORMASJONER I PRAKSIS 2

Vi har to koordinatsystem som vist i oppgavesettet. Sett opp uttrykket for den transformasjonsmatrisa som overfører geometri beskrevet i koordinatsystem 2 til koordinatsystem 1. Du trenger ikke å multiplisere ut matrisene.

Opplysninger til tegning:

1. Origo i koordinatsystem 2 ligger i punktet (11,7) i koordinatsystem 1.

2. Enhetene brukt i koordinatsystem 2 har halve verdien av de i koordinatsystem 1.

3. Koordinatsystem 2 ligger rotert 45 grader i forhold til en horisontal akse.

Rotasjon

$x_2 = xr + (x - xr)\cos(\frac{\pi}{4}) - (y - yr)\sin(\frac{\pi}{4})$

$y_2 = yr + (x - xr)\sin(\frac{\pi}{4}) + (y - yr)\cos(\frac{\pi}{4})$

Hvor r er Pivotpunktet

Transformasjonsmatrisen

$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$

Differansen blir xt og yt

Som gir oss $P_2 = P + t$

Pivotpunktet flyttes med translasjonsformelen og deretter rotert med rotasjonsformelen.

Case